



Prova d'accés a la Universitat (2010)

Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials

Model 1

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4.

Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Opció A

1. La suma de les tres xifres d'un determinat nombre és 13. La xifra de les centenes excedeix en 4 unitats la de les desenes. Si s'intercanvia la xifra de les unitats amb la de les centenes, el nombre augmenta en 495 unitats. De quin nombre es tracta? (10 punts)
2. Es vol construir una capsa rectangular sense tapa a la part superior i de base quadrada, amb 108 decímetres quadrats de material. Quines han de ser les dimensions de la capsa per tal d'obtenir-la de volum màxim? (10 punts)
3. Una urna *A* conté 3 bolles blanques i 2 de negres i una altra urna *B* en conté 4 de blanques i 1 de negra. S'elegeix una urna a l'atzar i se n'extreuen 2 bolles sense reemplaçament.
 - a) Calculau la probabilitat que les dues bolles extretes siguin blanques. (6 punts)
 - b) Suposant que les dues bolles extretes són blanques, calculau la probabilitat que l'urna elegida hagi estat la *A*. (4 punts)
4. En una conversa d'un bar d'una determinada població en Joan assegura que almenys el 20% dels habitants de la població porten ulleres graduades i en Pere li contesta que no ho creu. Aleshores en Pere decideix prendre una mostra aleatòria de 256 habitants de la població i resulta que 48 porten ulleres graduades. A un nivell de significació de 0.05 té en Pere suficient evidència per refutar l'afirmació d'en Joan? (10 punts)

Opció B

1. Considerau la funció $f(x) = x \ln \frac{x}{a}$, $a > 0$. Donau el valor de a perquè $f(x)$ tingui un mínim relatiu a $x = 1$. (10 punts)
2. Un celler vol preparar dos tipus de lots, L_1 i L_2 . Cada lot del tipus L_1 està format per 1 ampolla de vi negre, 2 de vi rosat i 1 de vi blanc, i cada lot del tipus L_2 està format per 2 ampolles de vi negre, 1 de vi rosat i 1 de vi blanc. Amb cada lot del tipus L_1 s'obté un benefici de 6 euros, i amb cada lot del tipus L_2 , un de 4 euros. El celler disposa de 1000 ampolles de vi negre, 1000 de vi rosat i 600 de vi blanc. Quants lots de cada tipus s'han de preparar per tal d'obtenir un benefici màxim? (10 punts)



3. Considerau el següent sistema d'equacions depenent del paràmetre m

$$\begin{cases} 2x + y - z = -3, \\ x - 2y + 2z = 1, \\ 2x + y + mz = 5. \end{cases}$$

- a) Discussiu-lo (5 punts)
b) Resoleu-lo per als valors de m que el fan compatible determinat. (4 punts)
c) Quant val la solució per a $m=4$? (1 punt)

4. Se suposa que la vida de les bombetes que fabrica una determinada empresa segueix una distribució normal de mitjana desconeguda i desviació típica 60 hores. Per estimar la vida mitjana es vol fer servir una mostra de mida n . Calculeu el valor mínim de n per tal que, amb un nivell de confiança del 99%, l'error en l'estimació sigui menor que 10 hores. (10 punts)

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL $N(0, 1)$

$$F(z) = P(X \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9646	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
3.6	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999