

**Prova d'accés a la Universitat (2011)****Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials**

Model 2

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4.

Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Opció A

1. Considerau el següent sistema d'equacions depenent del paràmetre m :

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 6, \\ x - y + 2z = 0, \\ 3x + 2y + mz = 5. \end{cases}$$

- a) Discussiu-lo. (6 punts)
- b) Resoleu-lo per als valors de m que el fan compatible determinat. (4 punts)
2. Un fabricant de maquinària de construcció llança una oferta especial en dos dels seus models petits de pales carregadores: ofereix el model A a un preu de 12.000 euros i el model B a 18.000 euros. L'oferta està limitada per les existències, que són 40 unitats del model A i 20 unitats del model B, i es volen vendre almenys tantes unitats del model A com del model B. Per altra banda, per cobrir les despeses de la campanya, els ingressos obtinguts amb aquesta han de ser, almenys, de 120.000 euros.
- a) Quantes unitats de cada model es podran vendre? Plantejau el problema com un problema de programació lineal i representau gràficament el seu conjunt factible de solucions. (8 punts)
- b) Quantes unitats s'hauran de vendre de cada model per maximitzar els ingressos? Quin és el seu import? (2 punts)
3. El cost de fabricació de x unitats d'un determinat producte ve donat per la funció
- $$C(x) = \frac{1}{10}x^2 + 3x + 102,4$$
- en unitats monetàries. Es defineix la funció de cost mitjà per unitat com a $M(x) = \frac{C(x)}{x}$. Calculeu el nivell de producció que minimitza el cost mitjà per unitat. Quin és aquest preu? (10 punts)
4. Estudis realitzats sobre les aigües dels pous d'una determinada regió han posat de manifest dues coses, d'una banda, que el 5% està infectat pel bacteri *Escherichia coli*. Per una altra, que l'anàlisi d'aigua aplicada, X, diagnostica com a infectat un 96% dels que ho estan en realitat i un 1% dels que no ho estan. Sabent que un pou d'aquesta regió triat a l'atzar ha estat diagnosticat com a infectat mitjançant l'anàlisi X, quina és la probabilitat que realment estigui infectat? I que no ho estigui? (10 punts)

**Opció B**

1. Un grup de persones es reuneixen per fer la ruta dels patis pel centre de la ciutat de Palma, i s'ajunten un total de 80 persones, entre homes, dones i nens. Comptant homes i dones junts, el seu nombre resulta que és el triple del nombre de nens. A més, si hi haguessin acudit dues dones més, el seu nombre igualaria el d'homes.
 - a) Plantejau un sistema per esbrinar quants homes, dones i nens han anat a fer la ruta dels patis. (4 punts)
 - b) Resoleu el sistema d'equacions i, per tant, el problema. (6 punts)
2. Dibuixau la regió determinada per les inequacions
 $x \geq 0, x + y \leq 50, y \geq 1, x \geq y, 4x + 8y \geq 120$. (8 punts)
Minimitzau la funció $F(x, y) = 2x + 3y$, sotmesa a les restriccions donades per aquestes inequacions. (2 punts)
3. Calculau a i b perquè la funció $f(x) = a \ln x + bx^2 + x$ tingui extrems relatius a $x = 1$ i a $x = 2$ (6 punts). Per a aquests valors de a i b , quin tipus d'extrem relatiu té la funció quan $x = 2$ i $x = 1$? (4 punts)
4. El salari mitjà corresponent a una mostra de 1.600 persones d'una determinada població és de 1.150 euros. Se sap que la desviació típica dels salaris en la població és de 150 euros. Es pot afirmar, amb un nivell de significació de l'1%, que el salari mitjà en aquesta població és de 1.250 euros? (10 punts)

**TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL $N(0, 1)$**

$$F(z) = P(X \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9646	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
3.6	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999