

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} m & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

- a) Determine para que valores de m existe la matriz inversa de A .
b) Despeje la matriz X tal que $X \cdot A + B = C$ y calcúlela para $m=1$.

EJERCICIO 2. Álgebra. Consideramos el siguiente sistema de inecuaciones:

$$y \leq x + 2$$

$$x + y \leq 6$$

$$x \leq 5$$

$$y \geq 0$$

- a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
b) Determine el punto o puntos de esa región en donde la función $f(x,y) = x - y$ alcanza sus valores máximo y mínimo. c) Determine esos valores máximo y mínimo.

EJERCICIO 3. Análisis. La cantidad de CO_2 (en millones de toneladas) emitidas a la atmósfera por una determinada región a lo largo del año 2020, viene dada por la función

$$C(t) = \begin{cases} 5 - \frac{t}{3} & , \quad 0 \leq t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2 - 4t + 18 & , \quad 6 \leq t \leq 12 \end{cases} \quad \text{siendo } t \text{ el tiempo transcurrido en meses desde comienzo del año.}$$

- a) Estudie en qué períodos se ha producido un aumento/disminución de la cantidad de CO_2 emitida a la atmósfera.
b) ¿Cuáles son las cantidades máxima y mínima de CO_2 emitidas a la atmósfera a lo largo del año 2020? ¿En qué momentos se produjeron?
c) Represente la gráfica de la función $C(t)$ teniendo en cuenta el estudio realizado en los apartados anteriores.

EJERCICIO 4. Análisis. Un fabricante de automóviles hace un estudio sobre los beneficios, en miles de euros, a lo largo de los diez últimos años, y comprueba que éstos se ajustan a la función

$$B(t) = t^3 - 18t^2 + 81t - 3 \quad \text{si } 0 \leq t \leq 10, \quad (t \text{ en años})$$

- a) ¿Qué beneficios obtuvo la empresa el último año del estudio?
b) Determine los periodos de crecimiento y decrecimiento de los beneficios
c) ¿En qué años se producen los beneficios máximos y mínimos y a cuánto ascienden?
d) Calcule $\int_1^2 B(t)dt$.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. En una población el 45 % son hombres. El 27% de esa población resulta ser hombre y lector de prensa deportiva, mientras que un 38.5% es mujer y no lectora de esa prensa. a) De las mujeres, ¿qué porcentaje lee prensa deportiva? b) ¿Qué porcentaje es mujer o lee prensa deportiva? c) De los lectores de prensa deportiva, ¿qué porcentaje son hombres? d) ¿Son incompatibles los sucesos ser hombre y no leer prensa deportiva? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Una compañía de seguros quiere determinar qué proporción de sus clientes estaría dispuesta a aceptar una subida de tarifas a cambio de un incremento en sus prestaciones. Una encuesta previa indica que esta proporción está en torno al 15%.

- a) ¿De qué tamaño mínimo debería ser la muestra si se quiere estimar dicha proporción con un error inferior a 0,08 y un nivel de confianza del 95%?

Finalmente, se realiza el estudio con una muestra de 196 clientes, de los que 37 manifestaron su conformidad con la propuesta. b) Calcule un intervalo de confianza, al 92%, para la proporción de clientes de la compañía que aceptaría dicha propuesta. ¿Cuál es el error máximo cometido?