

**Universidad**
Zaragoza**EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD**
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA DE 2021EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS II**TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El/la estudiante debe indicar claramente, en la primera página del tríptico, cuáles han sido las 5 preguntas elegidas. (Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar)

- 1) Dada la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} 5 - ax^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{6}{ax} & \text{si } x > 1 \end{cases}, \quad a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

- a) (1 punto) Calcule los valores de $a \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x)$ sea continua.
b) (1 punto) Determine justificadamente para qué valor de los anteriores se verifica que el área encerrada por la función $f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = e$ sea 6 u^2 .

- 2) Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right)^{\frac{1}{(1-x)^2}}.$$

- 3) Se desea construir un depósito con forma de prisma regular de base cuadrada. Además, el depósito es abierto (sin tapa superior). La capacidad total debe ser de 64 m^3 . El material de construcción de los laterales tiene un precio de 70 euros por m^2 , mientras que el de la base, más resistente, es de 140 euros por m^2 . Halle las dimensiones del depósito para que tenga el menor coste posible.

- 4) Para la siguiente función

$$f(x) = \frac{e^x}{x^3 - x}$$

- a) (1,25 puntos) Estudie la existencia de asíntotas horizontales, verticales y oblicuas. Calcúlelas cuando existan.
b) (0,75 puntos) Calcule la recta tangente a la curva en el punto $x = 2$.

- 5) Dada la siguiente matriz:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -k & -2k \\ 1 & -k & 0 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Estudie el rango de la matriz $A = I + P$, donde I es la matriz identidad de orden 3, según los valores de $k \in \mathbb{R}$.
b) (1 punto) Para $k = 1$, calcule la inversa de la matriz A del apartado anterior.



- 6) Dadas las siguientes matrices:

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Compruebe que la matriz B tiene inversa y calcúlela.
- b) (1 punto) Calcule la matriz X que verifica la siguiente ecuación matricial: $I + BX = C_1 C_2$, donde I es la matriz identidad de orden 3.
- 7) Dado el siguiente sistema:
- $$\begin{cases} 3x - y + 2z = 1 \\ x + 4y + z = 3 \\ 2x - 5y + az = -2 \end{cases}$$
- a) (1 punto) Discuta según los valores de $a \in \mathbb{R}$ qué tipo de sistema es atendiendo a sus posibles soluciones.
- b) (1 punto) Resuelva el sistema para $a = 0$.
- 8) Calcule la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, -2, 0)$ y es perpendicular al plano determinado por los puntos $(1, 0, 1)$, $(3, 1, 0)$ y $(2, -1, 1)$. Exprésela como intersección de dos planos.
- 9) En un departamento de calidad se analiza el funcionamiento del software del motor de vehículos eléctricos e híbridos. Se revisaron 85 coches eléctricos y 145 coches híbridos. En total, 43 coches tenían errores en el software de sus motores. Además, de los motores con software defectuoso, 12 correspondían a coches eléctricos.
- a) (0,8 puntos) Calcule la probabilidad de que un coche revisado seleccionado al azar, sea híbrido y presente el software de su motor correcto.
- b) (1,2 puntos) Calcule la probabilidad de que un coche híbrido seleccionado al azar tenga defectuoso el software del motor.
- 10) Uno de cada 7 deportistas de la selección española de gimnasia deportiva, será elegido para las próximas olimpiadas. Se escogen aleatoriamente y de modo independiente 9 deportistas de dicha selección española.
- a) (0,8 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que sean elegidos exactamente 2 de estos 9 deportistas para las próximas olimpiadas?
- b) (1,2 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que alguno (al menos 1) de estos 9 deportistas sea elegido para las próximas olimpiadas?