



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE
ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOGSE - SEPTIEMBRE 2006

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Todas las preguntas se puntúan igual.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

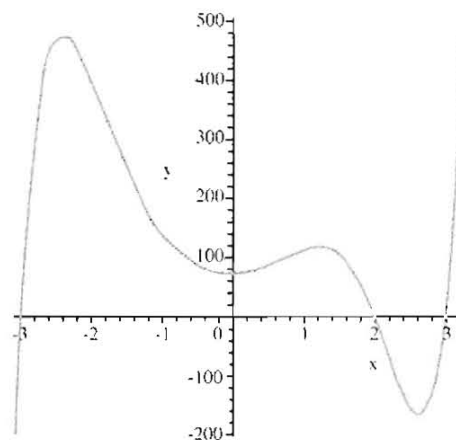
BLOQUE 1

1.A. Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = x^3 + 3 \cdot x^2 + a \cdot x + b$.

- a) Calcula los valores de las constantes a y b para que f tenga como recta tangente en su punto de inflexión a la recta $y = 1$.
- b) Para esos valores de a y b dibuja la gráfica de la función, analizando previamente los intervalos de crecimiento, los puntos de corte con los ejes, la existencia de asíntotas y la curvatura.

1.B. El dibujo adjunto corresponde a la gráfica de una función f .

- a) Haz la representación gráfica de la función $-f$ en $[-3, 3]$.
- b) Con los datos que tienes y sabiendo que f es derivable dos veces, en todo $\mathbb{R}$, haz un dibujo que pueda corresponder a la función derivada f' en $[-3, 3]$. Explica cómo construyes este dibujo.
- c) Si f es estrictamente creciente en $(-\infty, -3)$ y en $(3, +\infty)$, ¿cuántos extremos (máximos y mínimos) tiene f ? y ¿cuántos tiene $-f$? Para responder a cada pregunta elige una y sólo una de las tres opciones siguientes y justifica tu elección:
 - 1) Tiene al menos cuatro puntos extremos.
 - 2) Tiene exactamente cuatro puntos extremos.
 - 3) Tiene exactamente seis puntos extremos.



BLOQUE 2

2.A. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & -3 \\ 4 & 1 & m \end{pmatrix}$, donde m es un número real.

- a) Determina para qué valores de m la matriz A es regular (invertible).
- b) Para $m = 1$ resuelve los tres sistemas de ecuaciones siguientes: $A \cdot u = e_1$, $A \cdot v = e_2$ y $A \cdot w = e_3$, donde e_1 , e_2 , y e_3 , son respectivamente la primera, segunda y tercera columna de la matriz unidad (identidad) de orden tres.
- c) Considera la matriz B de dimensión 3×3 cuyas columnas son los vectores u , v y w obtenidos en el apar-



2.B. Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta. Para las afirmaciones que consideres que son falsas pon un ejemplo ilustrativo.

- a) Si A y B son dos matrices cuadradas cualesquiera, entonces $(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$.
- b) Si A , B y C son tres matrices cuadradas que verifican $A \cdot B = A \cdot C$, entonces $B = C$.
- c) Si A es una matriz cuadrada y t es un número real que cumplen $t \cdot A = (0)$, entonces $t = 0$ o $A = (0)$.

Notación: (0) indica la matriz cuyos elementos son todos iguales a cero.

BLOQUE 3

3.A. Considera los puntos $A = (1, -3, 2)$, $B = (1, 1, 2)$ y $C = (1, 1, -1)$:

- a) Determina una ecuación general del plano que contiene los tres puntos.
- b) Halla un punto D para que A , B , C y D sean los vértices consecutivos de un rectángulo.
- c) Halla un punto D para que A , B , C y D sean los vértices de un paralelogramo que no sea rectángulo.
- d) Calcula el área del paralelogramo obtenido en el apartado anterior.

3.B. Considera las rectas:

$$r \equiv x - 3 = y - 4 = \frac{z - 5}{2} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x - 5}{-2} = \frac{y - 4}{-1} = \frac{z - m}{2}, \text{ donde } m \in \mathbb{R}.$$

- a) Estudia, según los valores del parámetro m , las posiciones relativas de las dos rectas. En el caso de que se corten las rectas r y s , calcula el punto de corte.
- b) Cuando sean coplanarias, determinar una ecuación general del plano que las contiene.
- c) Estudia la posición relativa del plano del apartado anterior con el plano que pasa por los tres puntos: $A = (3, 4, 5)$, $B = (5, 4, -3)$ y $C = (1, 2, 1)$.

Indicación: no es necesario construir el plano que pasa por esos tres puntos.

