

SÈRIE 2

PAAU. LOGSE

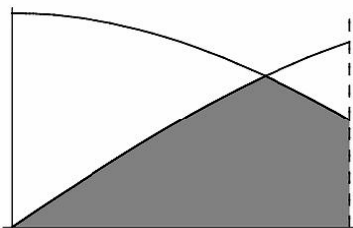
MATEMÀTIQUES

Curs 2000-2001

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

1. a) Quin és l'angle x en radians ($0 < x < \frac{\pi}{2}$) tal que $\sin(x) = \cos(x)$?
- b) Considereu les funcions $f(x) = \sin(x)$ i $g(x) = \cos(x)$. Calculeu la superfície del recinte delimitat superiorment per les gràfiques d'aquestes funcions, inferiorment per l'eix d'abscisses i lateralment per les rectes verticals $x = 0$ i $x = \frac{\pi}{3}$ representat en l'esquema següent:



[2 punts]

2. La circumferència C passa pel punt $A = (4, 0)$ i és tangent a la recta $y = x$ en el punt $B = (4, 4)$.
- a) Determineu l'equació de la recta que passa per B i pel centre de la circumferència C .
- b) Trobeu el centre de C i calculeu el seu radi.

[2 punts]

3. Donats els punts de l'espai $A = (2, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ i $C = (0, 0, 3)$.
- a) Determineu l'equació del pla π que els conté.
- b) Calculeu l'equació de la recta r perpendicular al pla π i que passa per l'origen.

[2 punts]

4. Els tres costats d'un triangle mesuren 3 cm, 4 cm i 5 cm. Calculeu els seus angles i la seva àrea.

[2 punts]

PROBLEMES

1. Hem de fer un mapa d'una certa zona geogràfica. A , B i C són els cims de tres muntanyes de la mateixa alçària, de manera que les posicions de A i B són ben conegudes i ja estan representades en el mapa, mentre que la posició de C s'ha de determinar. Pugem a dalt del cim A i mesurem l'angle entre la línia $A - B$ i la línia $A - C$, que és de 68° . Pugem a dalt del cim B i aquí mesurem l'angle entre les línies $B - C$ i $B - A$, que resulta ser de 35° . En el mapa que tenim, la distància sobre el paper entre A i B és de 3 cm.
- a) Feu un diagrama de la situació i determineu quin angle formen en C les línies $C - A$ i $C - B$.
- b) Quines seran, sobre el mapa, les distàncies entre A i C i entre B i C ?
- c) Si el mapa és a escala 1:50000, calculeu la distància real entre els punts A , B i C .

[4 punts]

2. Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 1}$

- a) Determineu les seves asímptotes.
- b) Calculeu els intervals on creix i on decreix, i els extrems relatius.
- c) D'acord amb els resultats que heu obtingut, dibuixeu aproximadament la seva gràfica.
- d) Fixant-vos en la gràfica anterior, expliqueu quina seria la gràfica de la funció $g(x) = -f(x) + 3$ (feu-ne un esquema). En quins punts té màxims la funció $g(x)$?

[4 punts]

SÈRIE 5

PAAU. LOGSE

MATEMÀTIQUES

Curs 2000-2001

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

1. Per a cada valor del paràmetre $a \in \mathbf{R}$, considereu la funció

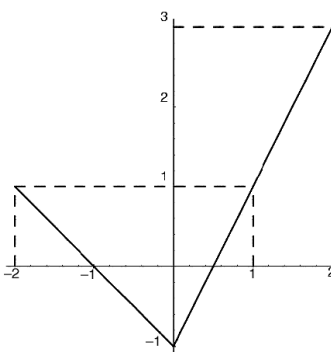
$$f(x) = x + \frac{3-a}{x}$$

(definida per a tots els valors de x diferents de 0).

- a) Determineu per a cada valor del paràmetre a , els extrems relatius que té la funció $f(x)$.
b) Per a quins valors del paràmetre a la funció $f(x)$ és sempre creixent?

[2 punts]

2. Teniu una funció $f(x)$ definida per a $x \in (-2, 2)$, sabeu que el gràfic de $f'(x)$ és de la forma



(on $f'(-1) = 0$, $f'(0) = -1$, $f'(1) = 1$) i que $f(0) = 2$.

Dibuixeu un gràfic aproximat de $f(x)$ indicant en quins punts hi ha extrems relatius.

[2 punts]

3. Considereu en el pla els punts $P = (1, -1)$ i $Q = (3, 5)$ i la recta r d'equació $x + y + 2 = 0$. Calculeu l'equació de la circumferència que passa per P i Q i que té el centre a r .

[2 punts]

4. Calculeu l'àrea de la regió limitada per la gràfica de la funció $f(x) = xe^x$ per a $x \geq 0$, l'eix d'abscisses i la recta vertical $x = 1$.

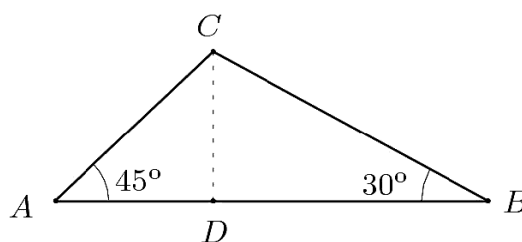
[2 punts]

PROBLEMES

1. Considereu a l'espai la recta r d'equacions $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+1}{-1}$ i la recta s d'equacions $\frac{x+4}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{1}$
- Determineu el punt de tall de la recta r amb el pla $z = 0$.
 - Comproveu que les rectes r i s són paral·leles i calculeu la distància entre elles.
 - Quina és l'equació del pla que conté les dues rectes?
 - Calculeu la distància del pla anterior a l'origen de coordenades.

[4 punts]

2. L'àrea del triangle de vèrtexs A , B i C és de 50 m^2 . L'angle en A d'aquest triangle és de 45° i l'angle en B és de 30° . Sigui D el peu de l'altura des del vèrtex C , és a dir, el punt del segment AB tal que CD és perpendicular a AB .

Calculeu la longitud dels segments CD , AD , BD , AB , BC i AC .

[4 punts]