

SÈRIE 4

PAU. Curs 2004-2005

MATEMÀTIQUES

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions: $3 \times 2 = 6$ punts. Problema: 4 punts. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

QÜESTIONS

1. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, on a i b són nombres reals, trobeu els valors de a i b que fan que les dues matrius commutin, és a dir, que fan que es compleixi $A \cdot B = B \cdot A$.

[2 punts]

2. Donada la funció $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5x^2 - 4}}$:

a) Calculeu la integral

b) Trobeu la primitiva F de f que compleixi $F(1) = 1$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

3. Trobeu els màxims i mínims relatius de la funció $f(x) = 6x^5 - 15x^4 + 10x^3$.

[2 punts]

4. Sigui la paràbola $y = 2x^2 + x + 1$ i sigui A el punt de la paràbola d'abscissa 0.

a) Trobeu l'equació de la recta tangent a la paràbola en el punt A .

b) En quin punt de la paràbola la recta tangent és perpendicular a la recta que heu trobat en l'apartat anterior?

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]



PROBLEMES

5. De tres nombres, x , y , z , sabem el següent: que el primer més el segon sumen 0; que el primer més el tercer sumen 1; que la suma de tots tres és 0 i, per acabar, que el primer multiplicat per un nombre k més el doble de la suma del segon i del tercer dóna 1.

- a) Què podeu dir del valor de k ?
- b) Quant valen els tres nombres?

[Puntuació: apartat a) 2 punts; apartat b) 2 punts. Total: 4 punts]

6. Una piràmide de base quadrada té el vèrtex en el pla d'equació $z = 3$. Tres dels vèrtexs de la base són els punts del pla OXY : $A = (1, 0, 0)$, $B = (1, 1, 0)$ i $C = (0, 1, 0)$.

a) Feu un gràfic dels elements del problema. Quines són les coordenades del quart vèrtex de la base, D ?

b) Quin és el volum de la piràmide? $\left[\text{Volum} = \frac{\text{àrea base} \times \text{altura}}{3} \right]$

c) Si el vèrtex de la piràmide és el punt $V = (a, b, 3)$, quina és l'equació de la recta que conté l'altura sobre la base?

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]



SÈRIE 1

PAU. Curs 2004-2005

MATEMÀTIQUES

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions: $3 \times 2 = 6$ punts. Problema: 4 punts. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

QÜESTIONS

1. Considereu el sistema següent en funció del paràmetre real a :

$$\begin{cases} x - ay = 1 \\ ax + y = 3. \end{cases}$$

- a) Discussiu-lo en funció del paràmetre a .
b) Resoleu els casos compatibles.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

2. La matriu següent expressa els preus unitaris, en euros, de quatre articles, A , B , C i D , procedents de les fàbriques f_1 , f_2 i f_3 :

$$P = \begin{pmatrix} 34 & 40 & 36 \\ 11 & 8 & 12 \\ 23 & 27 & 32 \\ 25 & 21 & 30 \end{pmatrix}.$$

Si una comanda és representada per un vector fila $C = (x \ y \ z \ t)$, què representa cadascun dels elements del resultat del producte $C \cdot P$? Si volem comprar 25 unitats de A , 30 de B , 60 de C i 75 de D , quina de les fàbriques ens ofereix el millor preu?

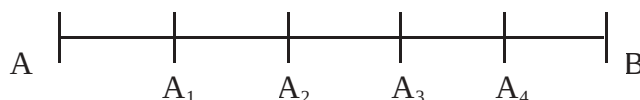
[2 punts]

3. Trobeu la distància entre la recta r : $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{3}$ i el pla π : $3x + 4y + 7 = 0$.

[2 punts]



4. Un segment d'origen en el punt $A = (-1, 4, -2)$ i extrem en el punt B està dividit en cinc parts iguals mitjançant els punts de divisió A_1, A_2, A_3 i A_4 (vegeu la figura). Si sabem que $A_2 = (1, 0, 2)$, quines són les coordenades de B ?



[2 punts]

PROBLEMES

5. La recta tangent a la paràbola $y = 3 - x^2$ en un punt M situat dins del primer quadrant ($x > 0, y > 0$), talla l'eix OX en el punt A i l'eix OY en el punt B .
- a) Feu un gràfic dels elements del problema.
b) Trobeu les coordenades del punt M que fan que el triangle OAB tingui l'àrea mínima.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 3 punts. Total: 4 punts]

6. Considereu la funció $f(x) = 4x - x^2$.
- a) Calculeu l'equació de les rectes tangents a la gràfica de f en els punts d'abscisses $x = 0$ i $x = 4$.
b) Feu un gràfic dels elements del problema.
c) Calculeu l'àrea compresa entre la gràfica de f i les rectes tangents que heu trobat a l'apartat a).

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]