

UNIVERSIDAD
DE LA RIOJAPrueba de Evaluación de Bachillerato para el
Acceso a la Universidad (EBAU)

Curso 2021–2022

Convocatoria: Extraordinaria

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

El alumno contestará a SÓLO CINCO ejercicios de entre los planteados.

En caso contrario, el corrector corregirá los cinco que haya contestado primero.

Todas las preguntas tienen la misma puntuación. Es necesario justificar las respuestas.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni calculen integrales. Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

1.– (2 puntos) Sea

$$f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2}.$$

- (i) Halla el dominio, asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de la función f , en caso de que existan.
- (ii) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y máximos y mínimos relativos y puntos de inflexión si los hubiera.

2.– (2 puntos) Halla el valor de a y b para que la curva $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$ tenga en el punto $(x_0, -1)$ un punto de inflexión y la pendiente de la recta tangente valga 1.

3.– (2 puntos) Calcula los siguientes límites:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \operatorname{sen} x}.$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^3 - 6x^2}{4x^3 - 1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}.$

4.– (2 puntos) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} x + y + z = 2, \\ x + 2y + az = 8, \\ 2x - y - z = 1, \\ x - y + z = -2. \end{cases}$$

5.– (2 puntos) Calcula sin desarrollar el valor del siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} 2 & b & c+a \\ 2 & a & b+c \\ 2 & c & a+b \end{vmatrix}.$$

Justifica en cada paso la propiedad de determinante que has utilizado.

6.– (2 puntos) Resuelve la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

7.– (2 puntos) Determina según los valores del parámetro real a la posición relativa de la recta

$$\begin{cases} ax + 3y - 2z = 4, \\ 2x - y + z = 2, \end{cases}$$

y el plano de ecuación $6x + 5y - 3z = 2$.

8.– (2 puntos) Estudia según los valores del parámetro real a la posición relativa de las rectas siguientes:

$$\begin{cases} ax + 3y - 2z = 12, \\ 2x + 5y - z = 6, \end{cases}$$

y

$$\begin{cases} x = 5 + 3\lambda, \\ y = 1 - \lambda, \\ z = 6 + 4\lambda. \end{cases}$$

9.– (2 puntos) Estudia la posible dependencia de los sucesos A y B , en los siguientes casos:

- (i) A y B son incompatibles y ámbos sucesos de probabilidad no nula.
- (ii) B está incluido en A , y B es un suceso de probabilidad no nula.

10.– (2 puntos) La presión arterial sistólica de una muestra de adolescentes sigue una distribución normal de media 120 años y desviación típica 12. Si se elige un adolescente al azar, halla:

- (i) la probabilidad de que su presión arterial sea superior a 132;
- (ii) la probabilidad de que su presión arterial esté entre 96 y 144.

(Véase la tabla simplificada de la **normal tipificada** que aparece al final del examen)